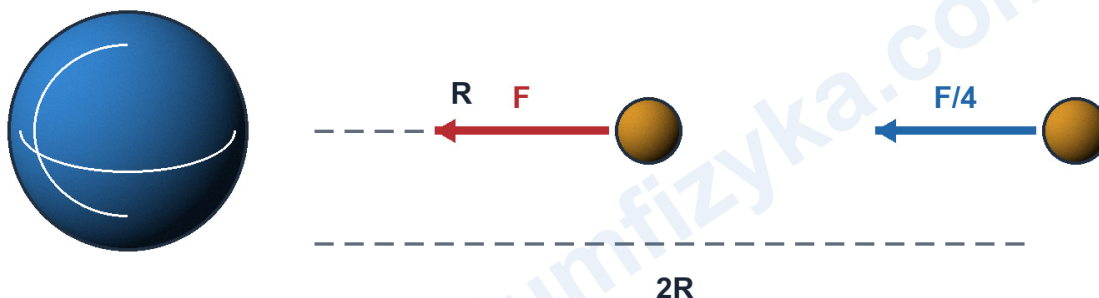


Grawitacja i astronomia, zestaw numer 1

1

Orbita dwa razy dalej prawo powszechnego ciążenia

Satelita o masie 1200 kg znajduje się początkowo w odległości R od środka planety i jest przyciągany siłą 12,0 kN. Jaką siłą będzie przyciągany po przeniesieniu na odległość $2R$? Jak zmieni się jego energia potencjalna grawitacji?



2

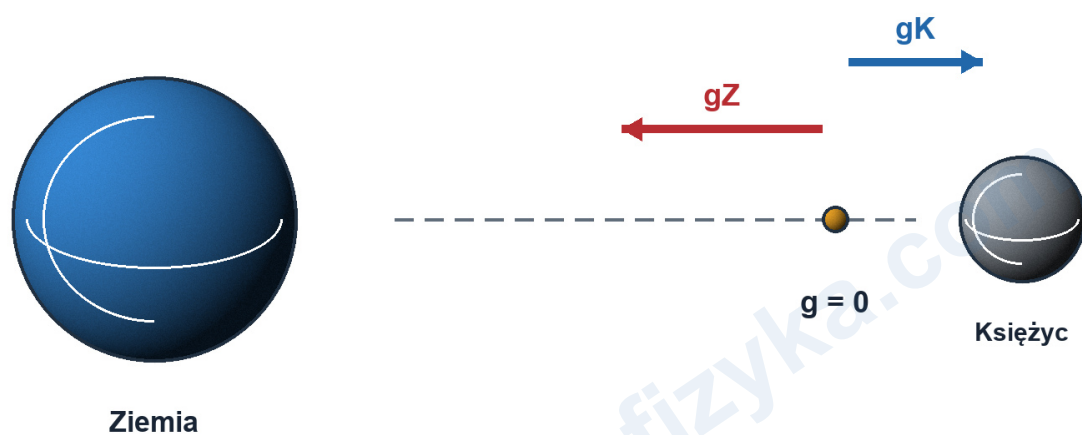
Grawitacja między asteroidami siła wzajemnego przyciągania

Dwie asteroidy o masach $2,0 \cdot 10^8$ kg i $5,0 \cdot 10^8$ kg znajdują się w odległości 300 m, liczonej między środkami. Oblicz siłę ich wzajemnego przyciągania. Przyjmij $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg².

3

Punkt równowagi między Ziemią i Księżycem**nakładanie pól grawitacyjnych**

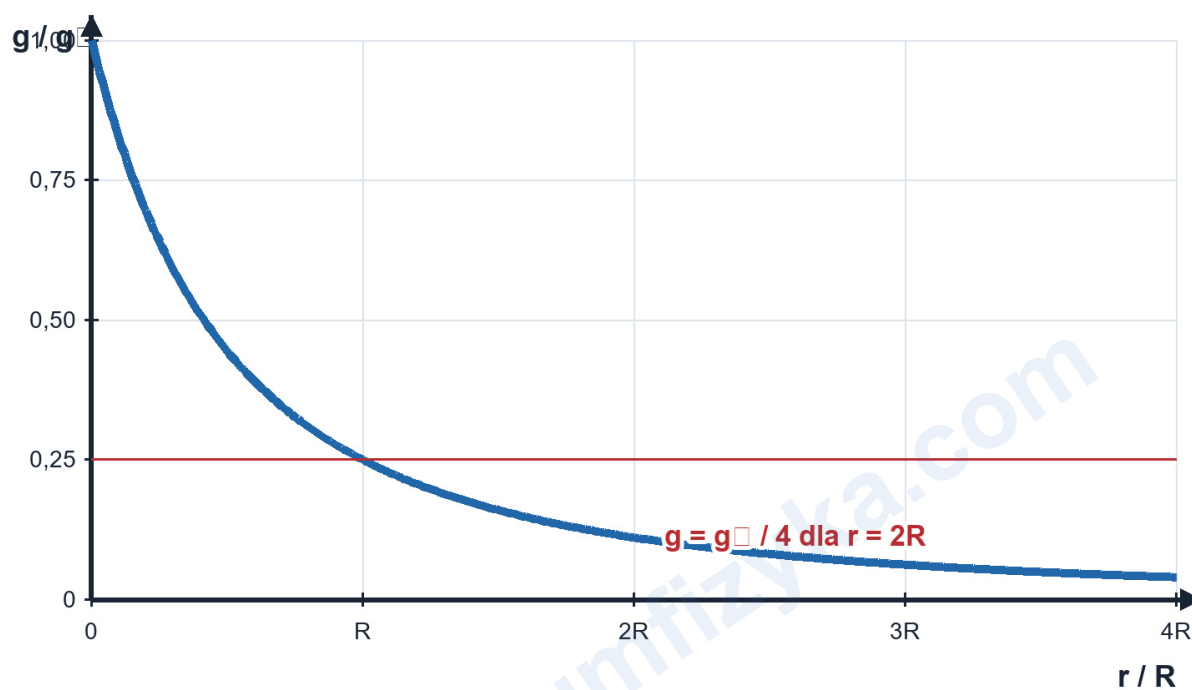
Odległość między środkami Ziemi i Księżycy wynosi $3,84 \cdot 10^8$ m, a masa Ziemi jest 81,3 razy większa od masy Księżycy. Wyznacz położenie punktu na linii łączącej oba ciała, w którym wypadkowe natężenie pola grawitacyjnego jest równe zero. Pomiń ruch układu.



4

Gdzie grawitacja jest cztery razy słabsza?**natężenie pola nad powierzchnią planety**

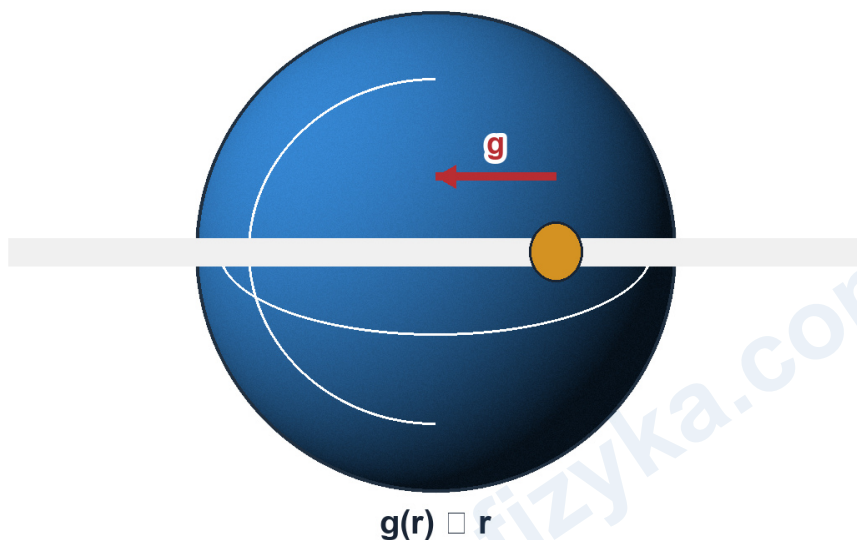
Na powierzchni kulistej planety przyspieszenie grawitacyjne wynosi g_0 . Na jakiej wysokości nad powierzchnią będzie równe $g_0/4$? Promień planety wynosi R .



5

Grawitacja wewnątrz jednorodnej Ziemi**pole grawitacyjne wewnątrz kuli**

Założ, że Ziemia ma stałą gęstość i promień 6400 km. Jakie byłoby przyspieszenie grawitacyjne na głębokości 1600 km, jeśli na powierzchni wynosi 10 m/s²?



6

Duża planeta o mniejszej gęstości**zależność g od gęstości i promienia**

Planeta ma promień dwa razy większy od promienia Ziemi, ale jej średnia gęstość stanowi 75% średniej gęstości Ziemi. Ile razy przyspieszenie grawitacyjne na jej powierzchni jest większe od ziemskiego? Podaj wartość dla $g_Z = 9,81 \text{ m/s}^2$.

7

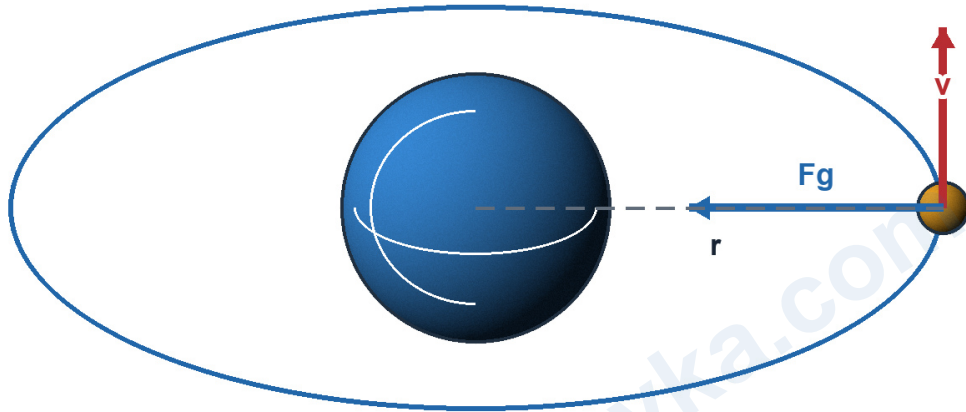
Masa planety z pomiaru g **parametry planety**

Na powierzchni planety o promieniu $8,0 \cdot 10^6 \text{ m}$ przyspieszenie grawitacyjne wynosi 12 m/s^2 . Oblicz masę planety. Przyjmij $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

8

Prędkość na niskiej orbicie**pierwsza prędkość kosmiczna na wysokości**

Satelita krąży po orbicie kołowej 400 km nad powierzchnią Ziemi. Oblicz jego prędkość orbitalną. Przyjmij promień Ziemi 6371 km i $GMZ = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.



9

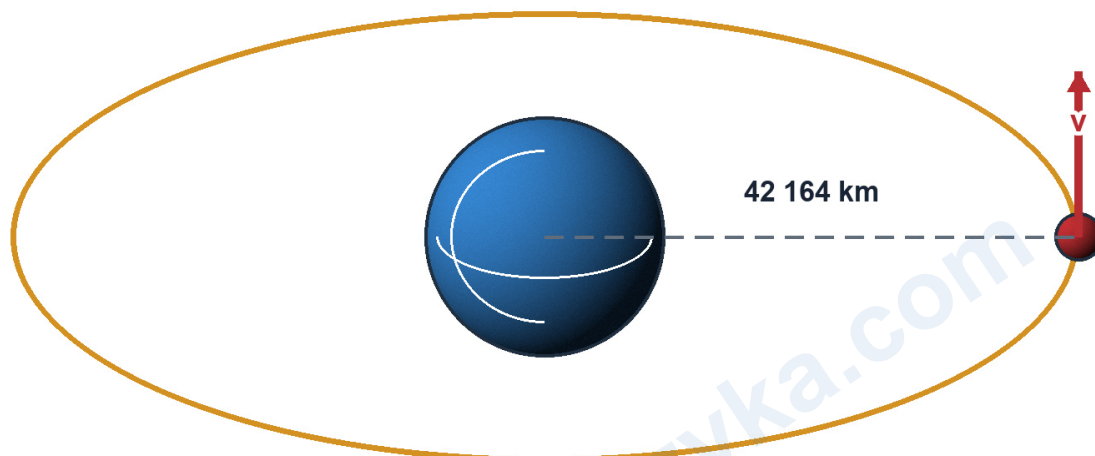
Ile trwa jedno okrążenie?**okres orbity kołowej**

Dla satelity z poprzedniego zadania oblicz okres obiegu Ziemi i liczbę pełnych okrążeń w ciągu doby.

10

Orbita geostacjonarna**ruch synchroniczny satelity**

Wyznacz promień orbity geostacjonarnej i jej wysokość nad równikiem. Przyjmij okres obrotu Ziemi 86164 s, promień Ziemi 6371 km i $GMZ = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.



orbita w płaszczyźnie równika

11

Energia satelity na orbicie**energia mechaniczna w polu grawitacyjnym**

Satelita o masie 800 kg porusza się po kołowej orbicie o promieniu $7,0 \cdot 10^6 \text{ m}$ wokół Ziemi. Oblicz jego energię kinetyczną, potencjalną i całkowitą. Przyjmij $GMZ = 4,0 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.

12

Dwie orbity kołowe**prędkość orbitalna a promień**

Satelita przechodzi z orbity kołowej o promieniu r na orbitę kołową o promieniu $2r$. Ile razy zmienia się jego prędkość, okres i całkowita energia mechaniczna?

13

Ucieczka z Ziemi**druga prędkość kosmiczna**

Oblicz prędkość ucieczki z powierzchni Ziemi, pomijając atmosferę i obrót planety. Przyjmij $R_Z = 6371$ km oraz $GM_Z = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.



14

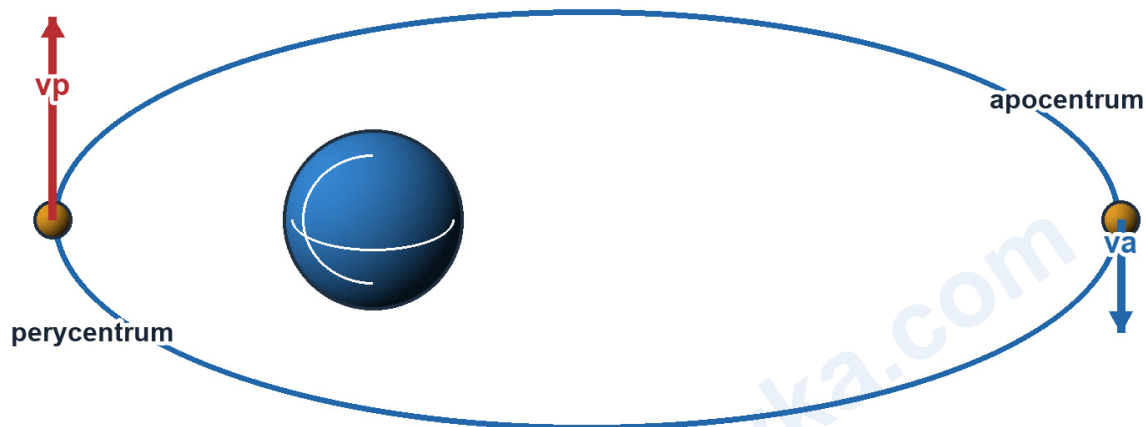
Ucieczka z Księżyca**prędkość ucieczki**

Oblicz prędkość ucieczki z powierzchni Księżyca. Przyjmij promień $1,74 \cdot 10^6$ m oraz $GM_K = 4,90 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Porównaj wynik z prędkością ucieczki z Ziemi 11,2 km/s.

15

Perygeum i apogeum**orbita eliptyczna i równanie vis-viva**

Satelita Ziemi porusza się po orbicie eliptycznej o promieniu perygeum 7000 km i apogeum 14 000 km. Oblicz prędkości w perygeum i apogeum. Przyjmij $GM_Z = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.



16

Asteroida cztery razy dalej**trzecie prawo Keplera**

Półś wielka orbity asteroidy wynosi 4,0 AU. Oblicz jej okres obiegu Słońca w latach ziemskich, korzystając z trzeciego prawa Keplera.

17

Kometa na bardzo wydłużonej orbicie**zachowanie momentu pędu**

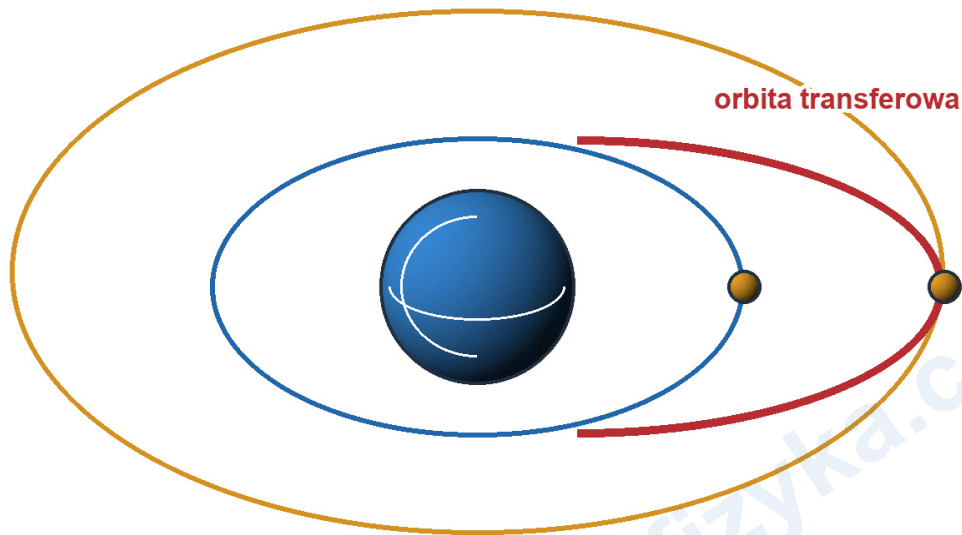
Peryhelium komety wynosi 0,50 AU, a aphelium 5,50 AU. Ile razy prędkość komety w peryhelium jest większa od prędkości w aphelium?

18

Transfer Hohmanna

zmiana orbity dwuimpulsowej

Statek przechodzi z kołowej orbity okołozemskiej o promieniu 7000 km na kołową orbitę o promieniu 14 000 km po transferze Hohmanna. Oblicz oba przyrosty prędkości. Przyjmij $GMZ = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.



19

Z orbity na trajektorię ucieczkową

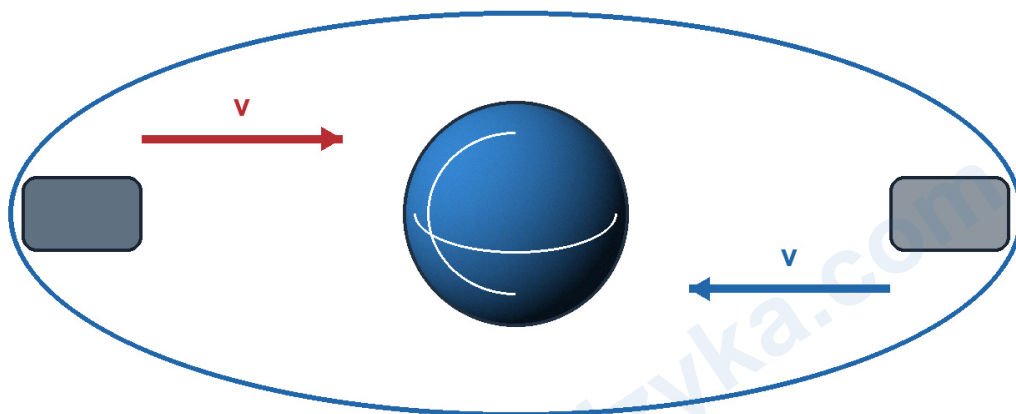
manewr orbitalny

Satelita porusza się po kołowej orbicie o promieniu 7000 km. Jaki minimalny chwilowy przyrost prędkości styczny do orbity nada mu trajektorię ucieczkową? Przyjmij $GMZ = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.

20

Czołowe spotkanie satelitów**zderzenie na orbicie**

Dwa jednakowe satelity o masie m poruszają się po tej samej orbicie kołowej w przeciwnych kierunkach z jednakowymi prędkościami v . Zderzają się doskonale niesprężysto. Jaka jest ich prędkość tuż po zderzeniu i ile energii kinetycznej zamienia się w energię wewnętrzną?



21

Nieważkość nie oznacza braku grawitacji**ciężar pozorny na orbicie**

Na wysokości 400 km przyspieszenie grawitacyjne wynosi około $8,7 \text{ m/s}^2$. Astronauta o masie 80 kg przebywa w swobodnie krążącej stacji. Oblicz siłę grawitacji działającą na astronautę i nacisk na podłogę stacji.

22

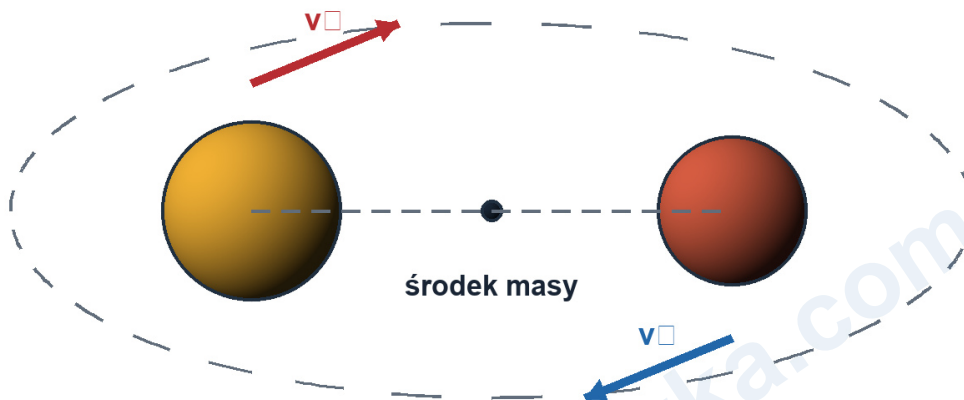
Ubytek ciężaru na równiku**obrót Ziemi i siła nacisku**

Oblicz, o ile mniejsze jest wskazanie wagi dla osoby o masie 70 kg na równiku niż na nieruchomej Ziemi. Przyjmij promień Ziemi 6371 km i okres obrotu 86164 s. Pomiń spłaszczenie Ziemi.

23

Masa układu podwójnego**orbita dwóch gwiazd**

Dwie gwiazdy krążą wokół wspólnego środka masy. Odległość między nimi wynosi $2,0 \cdot 10^9$ m, a okres obiegu 10 dób. Oblicz sumę ich mas. Jeżeli masy są równe, podaj masę każdej gwiazdy. Przyjmij $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.



24

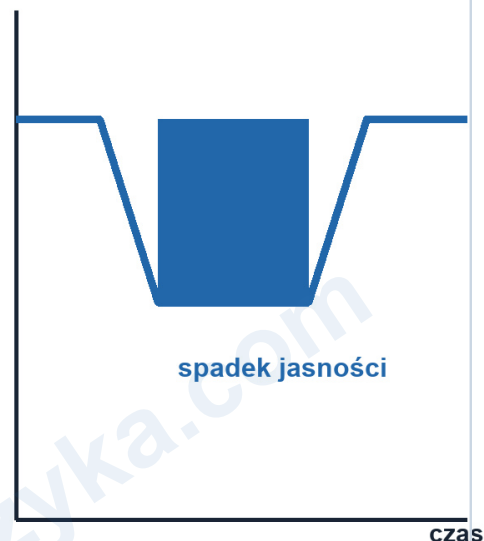
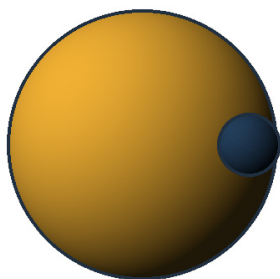
Masa gwiazdy z orbity planety**uogólnione trzecie prawo Keplera**

Planeta o pomijalnie małej masie obiega gwiazdę po orbicie o promieniu 0,050 AU w czasie 4,0 dób. Oblicz masę gwiazdy. Przyjmij $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ i $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

25

Promień planety z tranzytu**fotometria tranzytowa**

Podczas centralnego tranzytu jasność gwiazdy maleje o 1,00%. Pomiń pociemnienie brzegowe. Oblicz promień planety, jeśli promień gwiazdy wynosi 696 000 km.



26

Czas centralnego tranzytu**geometria orbity i tranzytu**

Planeta krąży po kołowej orbicie o promieniu 0,10 AU z okresem 10 dób. Przechodzi centralnie przed gwiazdą o promieniu $7,0 \cdot 10^8$ m. Oszacuj czas tranzytu, pomijając promień planety. Przyjmij $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

27

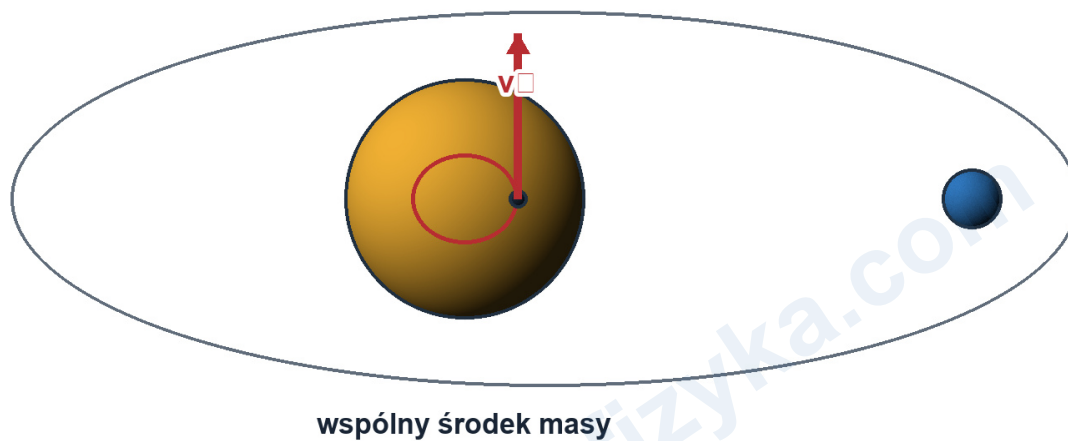
Gęstość egzoplanety**masa, promień i budowa planety**

Egzoplaneta ma masę 0,50 masy Jowisza i promień 0,80 promienia Jowisza. Ile wynosi jej średnia gęstość, jeśli średnia gęstość Jowisza to 1330 kg/m^3 ?

28

Kołysanie gwiazdy przez planetę**ruch wokół środka masy**

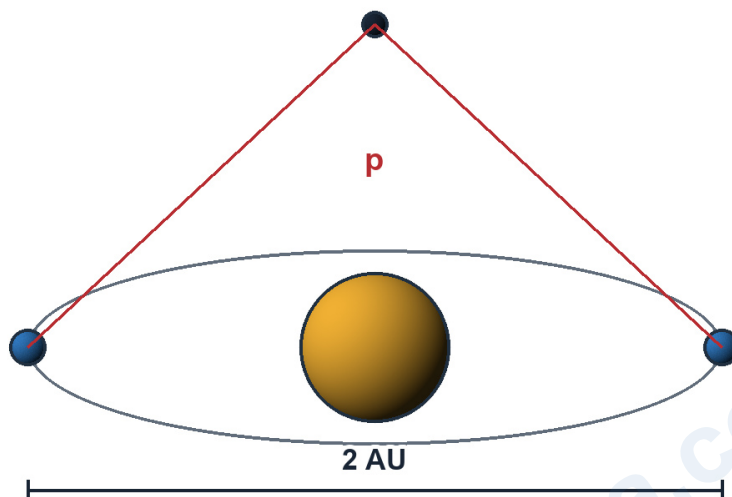
Gwiazda o masie $2,0 \cdot 10^{30}$ kg i planeta o masie $2,0 \cdot 10^{27}$ kg są odległe o 0,050 AU. Przyjmując orbitę kołową widzianą z boku, oblicz promień orbity gwiazdy wokół środka masy, okres układu i amplitudę prędkości gwiazdy. Przyjmij $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ i $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$.



29

Odległość z paralaksy**paralaksa roczna**

Paralaksa roczna gwiazdy wynosi 0,050 sekundy łuku. Oblicz jej odległość w parsekach i latach świetlnych.



30

Jak mała jest tarcza odległej gwiazdy?**rozmiar kątowy**

Gwiazda o średnicy $1,4 \cdot 10^9$ m znajduje się w odległości 10 pc. Oblicz jej średnicę kątową w sekundach łuku. Przyjmij $1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$.

31

Światło jako zegar odległości**rok świetlny**

Gwiazda znajduje się 4,3 roku świetlnego od Ziemi. Kiedy obserwujemy wybuch, który nastąpił na niej dzisiaj według jej lokalnego czasu? Jak długo trwałaby odpowiedź na sygnał, gdyby reakcja była natychmiastowa?

32

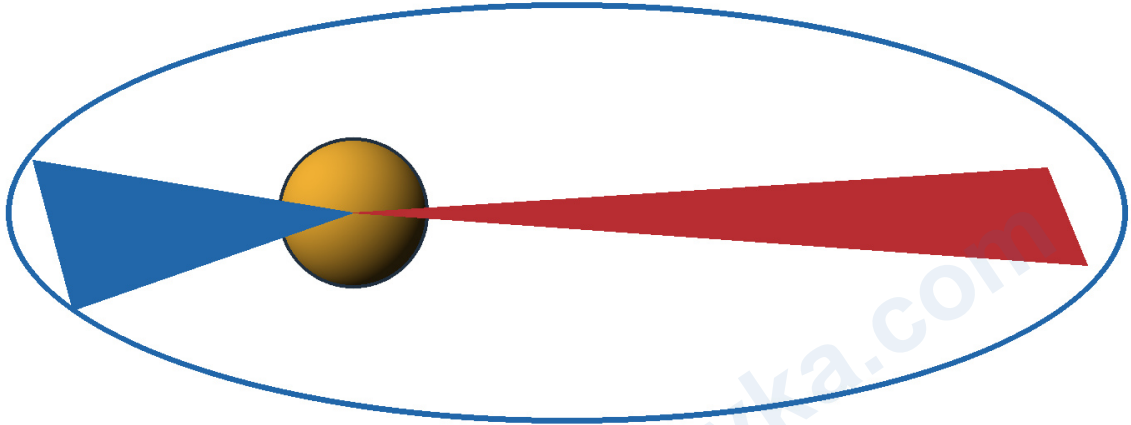
Opóźnienie łączności z Marsem**czas propagacji sygnału**

Ziemia i Mars są w danej chwili odległe o $2,25 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Oblicz czas jednokierunkowej transmisji radiowej oraz minimalny czas oczekiwania na odpowiedź. Przyjmij $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

33

Równe pola w różnych miejscach orbity**drugie prawo Keplera**

W ciągu 20 dób promień wodzący planety zakreśla pole $6,0 \cdot 10^{15} \text{ km}^2$. Ile czasu planeta potrzebuje na zakreślenie pola $1,5 \cdot 10^{15} \text{ km}^2$ w innym fragmencie tej samej orbity?



równe pola w równych czasach

34

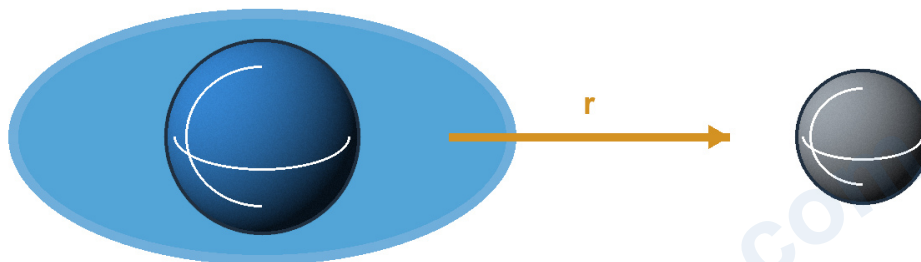
Prędkość komety w skrajnych punktach**moment pędu na orbicie eliptycznej**

Kometa ma peryhelium 0,50 AU i aphelium 5,50 AU. Jeżeli jej prędkość w aphelium wynosi 5,0 km/s, oblicz prędkość w peryhelium.

35

Jak szybko słabną pływy?**zależność siły pływowej od odległości**

Siła pływowa wywołana przez Księżyc jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalna do trzeciej potęgi jego odległości od Ziemi. O ile procent zmalałaby, gdyby odległość Księżycza wzrosła o 10%?

**wybrzuszenia pływowe**

36

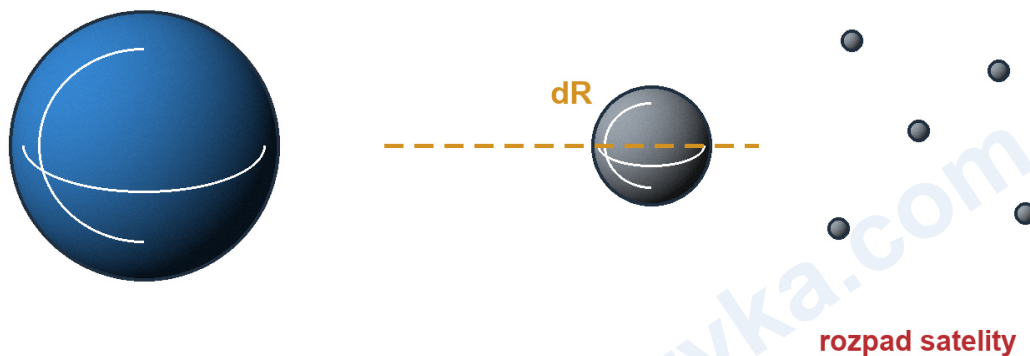
Pływy słoneczne i księżycowe**porównanie oddziaływań pływowych**

Porównaj siłę pływową Słońca i Księżycza na Ziemi. Przyjmij $M_S = 1,989 \cdot 10^{30}$ kg, $M_K = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg, odległość Słońca $1,496 \cdot 10^{11}$ m i Księżycza $3,84 \cdot 10^8$ m.

37

Granica Roche'a**rozerwanie satelity przez siły pływowe**

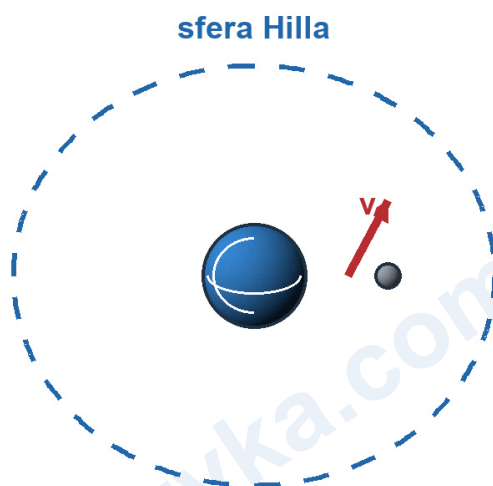
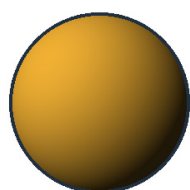
Oszacuj granicę Roche'a dla płynnego satelity o gęstości 3000 kg/m^3 krążącego wokół planety o promieniu $70\,000 \text{ km}$ i gęstości 5500 kg/m^3 . Użyj wzoru $d = 2,44R(\rho_P/\rho_S)^{1/3}$.



38

Strefa wpływu planety**promień sfery Hilla**

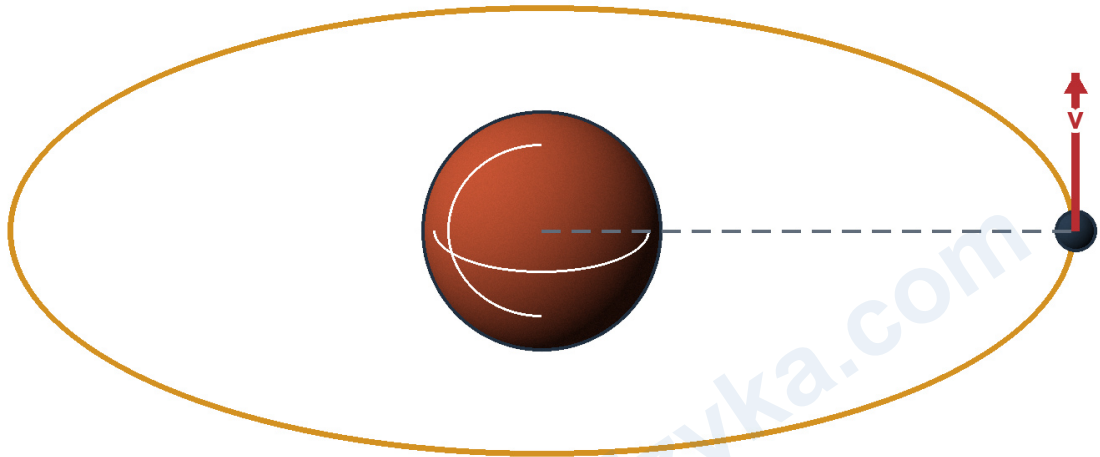
Oszacuj promień sfery Hilla Ziemi na kołowej orbicie wokół Słońca ze wzoru $r_H = a(m/3M)^{1/3}$. Przyjmij $a = 1$ AU, $m = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg i $M = 1,989 \cdot 10^{30}$ kg.



39

Satelita stacjonarny nad Marsem**orbita areostacjonarna**

Mars ma $GM = 4,283 \cdot 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$, promień 3390 km i okres obrotu 88 642 s. Wyznacz promień oraz wysokość orbity synchronicznej nad równikiem Marsa.



orbita synchroniczna nad równikiem Marsa

40

Energia uwolniona przy obniżeniu orbity**zmiana energii orbitalnej**

Satelita o masie 1000 kg przechodzi z kołowej orbity o promieniu 7000 km na kołową orbitę o promieniu 6800 km. Jak zmienia się jego całkowita energia mechaniczna i ile energii trzeba odprowadzić? Przyjmij $GM_Z = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.