



KOD ARKUSZA

--	--	--	--

☐ Tegoroczny maturzysta

☐ Uczeń młodszy

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z FIZYKI POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **6 kwietnia 2019 roku**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **10:30**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **60**

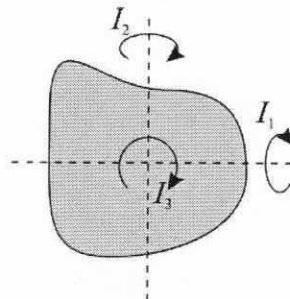
Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–6). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki, linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Zapamiętaj swój indywidualny kod, który pozwoli Ci odnaleźć wynik egzaminu na stronie <https://fais.uj.edu.pl/dla-szkol/probna-matura>.
9. Wszelkie pytania odnośnie arkusza po egzaminie możesz kierować na adres e-mail: kariera.fais@uj.edu.pl.

Zadanie 1.

Można wykazać, że moment bezwładności płaskiej, cienkiej płyty o dowolnym kształcie, obracającej się wokół osi prostopadłej do płyty, jest równy sumie momentów bezwładności tej płyty względem dwóch wzajemnie prostopadłych osi obrotu leżących w płaszczyźnie płyty:

$$I_3 = I_1 + I_2.$$



Zadanie 1.1. (0-3)

Wyprowadź wzór na moment bezwładności cienkiej, jednorodnej, kwadratowej płyty o masie m i boku długości b , obracającej się wokół osi prostopadłej do płyty i przechodzącej przez jeden z wierzchołków płyty.

Kwadratowa płytką obracająca się wokół jednego z boków jest równoważna prętowi obracającemu się wokół osi prostopadłej do płyty i przechodzącej przez jeden z jego końców.

$$I_0 = \frac{1}{12} m b^2$$

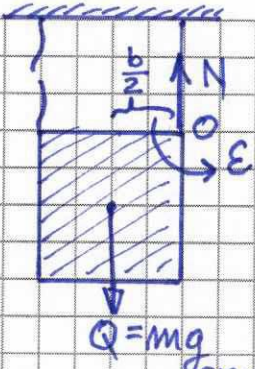
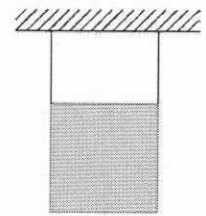
z tw. Steinera $\Rightarrow I = I_p + m \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} m b^2 + m \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m b^2$

z podanego tw. $\Rightarrow I = 2 \cdot \frac{1}{3} m b^2 = \frac{2}{3} m b^2$

Zadanie 1.2. (0-4)

Cienka, jednorodna, kwadratowa płyta o masie m i boku długości b , wisi zawieszona na dwóch nitkach, jak na rysunku.

Oblicz wartość siły naciągu jednej nitki w chwili zerwania drugiej.



Moment siły działający na płytę
wzgl. pktu O.

$$\mathcal{M} = m \cdot g \cdot \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}mgb$$

II Z.D. dla ruchu obrotowego $\Rightarrow$
przysp. kątowe $\epsilon = \frac{\mathcal{M}}{I} = \frac{\frac{1}{2}mgb}{\frac{2}{3}mb^2} = \frac{3g}{4b}$

Przysp. liniowe środka masy

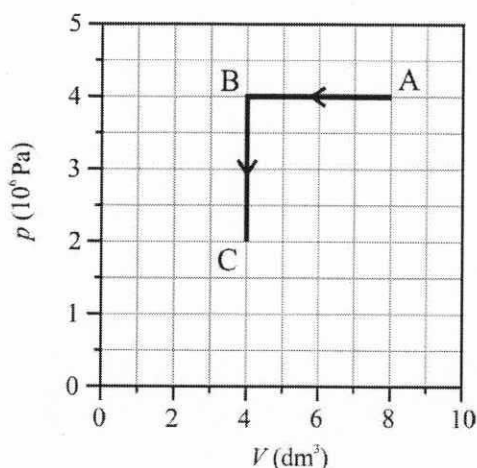
$$a = \epsilon \cdot r = \frac{3g}{4b} \cdot \frac{1}{2}b = \frac{3}{8}g$$

II Z.D. dla ruchu postępowego $\Rightarrow m \cdot a = mg - N$

$$N = mg - ma = mg - m \cdot \frac{3}{8}g = \frac{5}{8}mg$$

Zadanie 2.

Na wykresie $p = f(V)$ przedstawiono dwie przemiany termodynamiczne zachodzące dla 2 moli gazu doskonałego, którego ciepło molowe przy stałej objętości wynosi $\frac{5}{2}R$.



Zadanie 2.1. (0-4)

Oblicz zmianę energii wewnętrznej w przemianie A→B i podaj, czy energia wewnętrzna wzrosła, czy zmalała.

Równanie stanu gazu doskonałego: $pV = nRT$

$$T = \frac{pV}{nR} \quad T_A = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \text{ mole} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 1925 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \text{ mole} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 963 \text{ K}$$

(lub z przemiany izobarycznej: $p = \text{const}$, $V \downarrow 2 \times \Rightarrow T \downarrow 2 \times \Rightarrow T_B = \frac{1}{2} T_A$)

Temperatura zmalała, więc E_{wewn} również zmalała.

$$\Delta E_{\text{wewn}} = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

$$\Delta E_{\text{wewn}} = 2 \text{ mole} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (963 \text{ K} - 1925 \text{ K}) \approx -40 \text{ kJ}$$

Zadanie 2.2. (0-3)

Oblicz całkowitą pracę wykonywaną nad gazem przez siłę zewnętrzną w przemianie $A \rightarrow B \rightarrow C$.

Praca wykonana przez siłę zewnętrzną
w przemianie izobarycznej: $W_z = -p \cdot \Delta V$

$$W_{A \rightarrow B} = -4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot (4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = \\ = 16 \text{ kJ}$$

$$W_{B \rightarrow C} = 0, \text{ bo } \Delta V_{B \rightarrow C} = 0$$

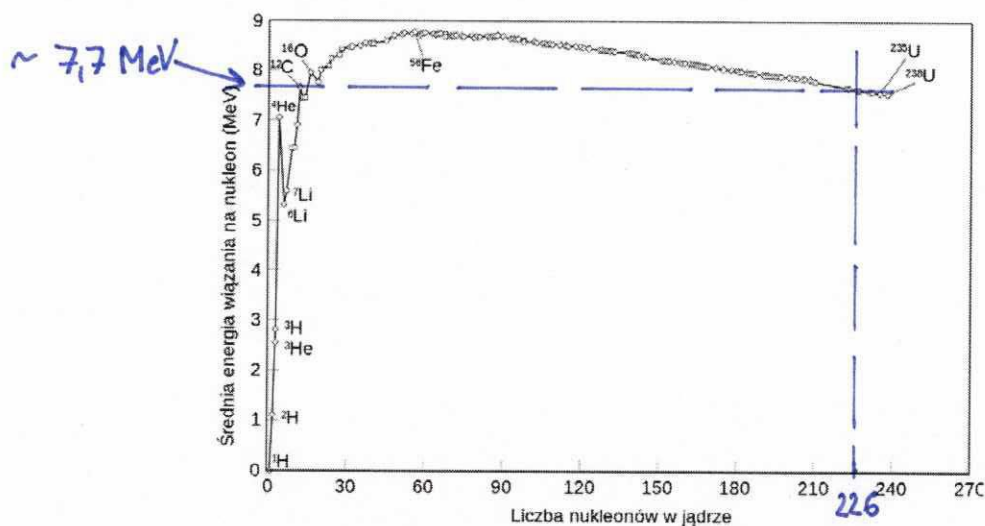
$$W_{A \rightarrow B \rightarrow C} = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} = 16 \text{ kJ}$$

Zadanie 3.

Rad jest radioaktywnym pierwiastkiem chemicznym z grupy metali alkalicznych. Został odkryty przez Marię Skłodowską-Curie i jej męża Pierre'a Curie w 1898 r. Wszystkie izotopy radu są niestabilne, najtrwalszym z nich jest izotop 226 , którego czas połowicznego rozpadu wynosi 1600 lat. Izotop ten może ulec rozpadowi, emitując cząstkę alfa – wyzwala się wtedy energia równa 4,87 MeV.

Zadanie 3.1. (0–2)

Poniższy wykres przedstawia zależność energii wiązania przypadającej na jeden nukleon od liczby nukleonów w jądrze

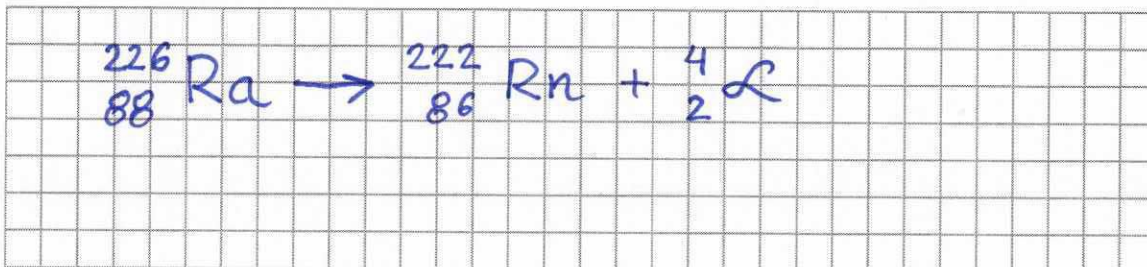


Oszacuj energię wiązania jądra $^{226}_{88}\text{Ra}$.

$$E_{\text{wiązania}} / 1 \text{ nukleon} \approx 7,7 \text{ MeV dla } A=226$$
$$E_{\text{wiązania}} \text{ jądra} \approx 226 \cdot 7,7 \text{ MeV} = 1,74 \text{ GeV}$$

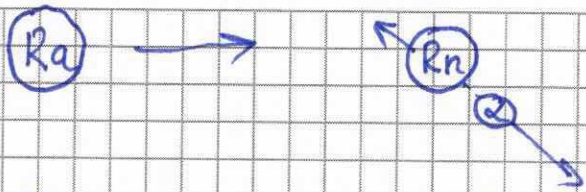
Zadanie 3.2. (0–1)

Zapisz równanie reakcji rozpadu alfa jądra radu z uwzględnieniem liczb masowych i atomowych produktów.



Zadanie 3.3. (0-3)

Oblicz energię kinetyczną (w MeV) cząstki alfa powstałej w wyniku rozpadu spoczywającego jądra radu 226. Przyjmij, że prędkość powstałego jądra oraz prędkość cząstki alfa są znacznie mniejsze od prędkości światła.



Z zasady zachowania pędu $\Rightarrow m_\alpha \cdot v_\alpha = m_j \cdot v_j$

Energia kinetyczna $E_{k\alpha} = \frac{1}{2} m_\alpha \cdot v_\alpha^2$

$$E_{kj} = \frac{1}{2} m_j v_j^2 = \frac{1}{2} m_j \cdot \left(\frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{m_j} \right)^2 = \frac{m_\alpha^2 v_\alpha^2}{2 m_j} = \frac{m_\alpha}{m_j} \cdot E_{k\alpha}$$

$$E = E_{k\alpha} + E_{kj} = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_j v_j^2 = \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_j} \right) \cdot E_{k\alpha} \approx$$

$$\approx \left(1 + \frac{4}{222} \right) \cdot E_{k\alpha} = \frac{226}{222} E_{k\alpha}$$

$$E_{k\alpha} = \frac{222}{226} E = \frac{222}{226} \cdot 4,87 \text{ MeV} = 4,78 \text{ MeV}$$
Zadanie 3.4. (0-3)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jądro $^{226}_{88}\text{Ra}$ może powstać w wyniku rozpadu promieniotwórczego izotopu $^{228}_{90}\text{Th}$	P	F
2.	Jądro $^{226}_{88}\text{Ra}$ zawiera 226 neutronów.	P	F
3.	Masa jądra $^{226}_{88}\text{Ra}$ jest mniejsza od sumy mas produktów reakcji rozpadu.	P	F

Zadanie 3.5. (0-3)

Aktywność promieniotwórcza to wielkość fizyczna równa szybkości rozpadu jąder atomowych danej próbki. Prawdopodobieństwo zajścia rozpadu jednego jądra w jednostce czasu określa

tzw. stała rozpadu $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$.

Zawartość radu w organizmie człowieka o wadze 70 kg wynosi około $3 \cdot 10^{-11}$ g.

Oblicz aktywność radu znajdującego się w organizmie człowieka.

Aktywność próbki: $A = \lambda \cdot N$ N - L. atomów

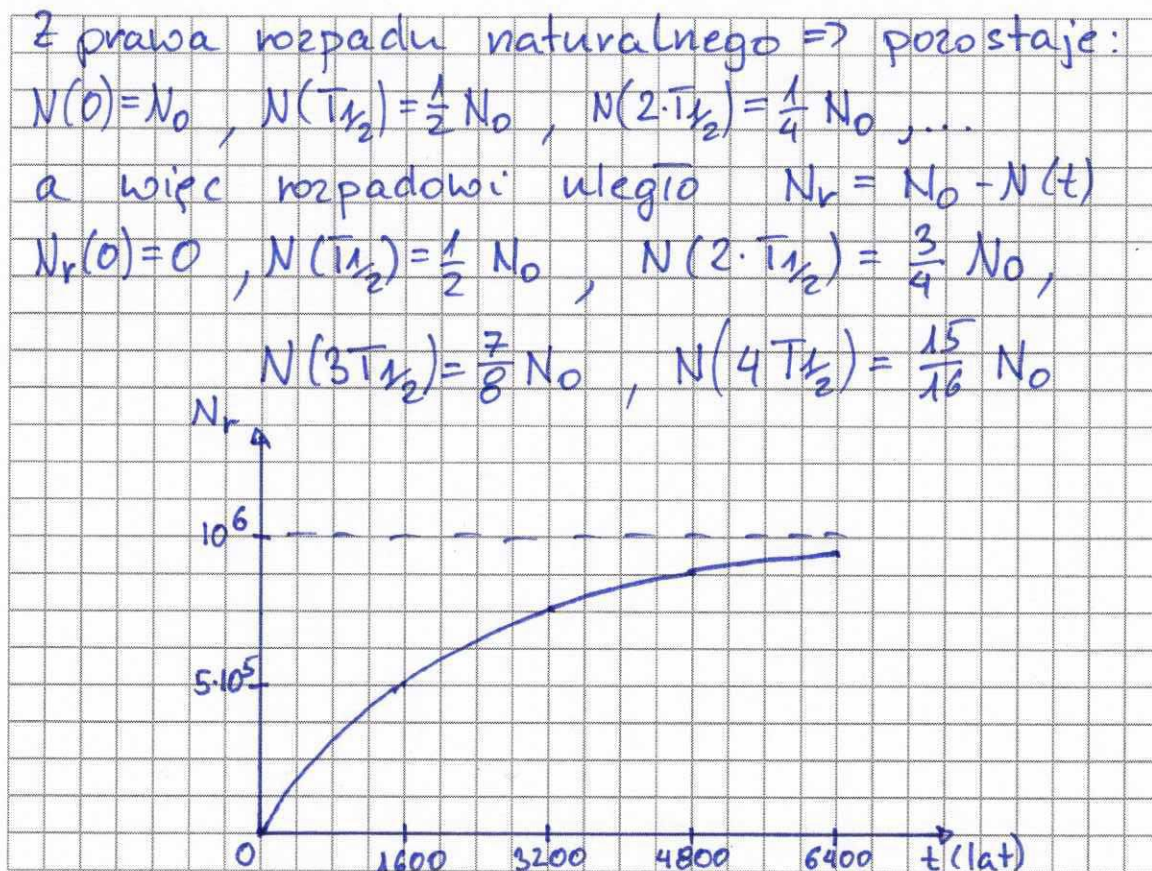
$$N \approx \frac{m}{M} = \frac{3 \cdot 10^{-11} \text{ g}}{226 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}} \approx 8 \cdot 10^{10}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \approx \frac{0,693}{1600 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 1,37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

$$A = 1,1 \text{ s}^{-1} = 1,1 \text{ Bq}$$

Zadanie 3.6. (0-3)

Narysuj wykres zależności liczby jąder radu 226, które uległy rozpadowi od czasu w przedziale od 0 do 6400 lat. Przyjmij, że początkowa liczba jąder tego izotopu wynosiła 10^6 .



Zadanie 4.

Wiązka światła laserowego o mocy 300 mW i długości fali 532 nm pada prostopadłe na zwierciadło płaskie.

Wartość pędu fotonu odpowiadającego fali o długości fali λ wynosi $p_f = \frac{h}{\lambda}$, gdzie h to stała Plancka.

Zadanie 4.1. (0-3)

Oblicz wartość siły, jaką światło działa na zwierciadło. Przyjmij, że zwierciadło odbija całe padające na nie promieniowanie.

II $\Rightarrow$ wartość siły działającej na foton podczas zderzenia $F_f = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t}$

III zasady dynamiki $\Rightarrow$ wartość siły działającej na zwierciadło $F_L = F_f$

$|\Delta \vec{p}_f| = 2 \cdot p_f = \frac{2h}{\lambda}$ - wartość zmiany pędu fotonu

$E_f = \frac{hc}{\lambda}$ $\Rightarrow |\Delta \vec{p}_f| = \frac{2}{c} \cdot E_{\text{fotonu}}$

$F_L = \frac{2 \cdot E_{\text{fotonu}}}{c \cdot \Delta t} = \frac{2P}{c}$

Δt - czas pomiędzy kolejnymi fotonami

$F = \frac{2 \cdot 0,3 \text{ W}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ N}$

Zadanie 4.2. (0-3)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wiązka światła padająca nieprostopadłe na zwierciadło, będzie na nie działać siłą o większej wartości niż wiązka padająca prostopadłe.	P	☒ F
2.	Wiązka światła padająca na rzeczywiste zwierciadło, będzie na nie działać siłą o mniejszej wartości niż wiązka padająca na zwierciadło odbijające całe padające promieniowanie.	☒ P	F
3.	Wartość pędu fotonu jest odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości promieniowania.	P	☒ F

Zadanie 4.3. (0-5)

Oszacuj liczbę fotonów zawartych w elemencie wiązki światła o długości jednego decymetra.



$$L = c \cdot \Delta t$$

$$E = P \cdot \Delta t$$

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

$$N = \frac{E}{E_f} = \frac{PL\lambda}{hc^2} \approx 2,67 \cdot 10^8$$

Zadanie 4.4. (0-2)

Oblicz najwyższy rząd widma, jaki można zaobserwować po skierowaniu tej wiązki prostopadle na siatkę dyfrakcyjną posiadającą 500 rys/mm.

$$d \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda \Rightarrow \sin \alpha = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

$$\sin \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{m \lambda}{d} \leq 1 \quad m \leq \frac{d}{\lambda}$$

$$d = \frac{1 \text{ mm}}{500} = 2 \mu\text{m} = 2000 \text{ nm}$$

$$m \leq \frac{2000 \text{ nm}}{532 \text{ nm}} = 3,76 \Rightarrow m_{\text{max}} = 3$$

Zadanie 4.5. (0-1)

Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A-C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1.-3.

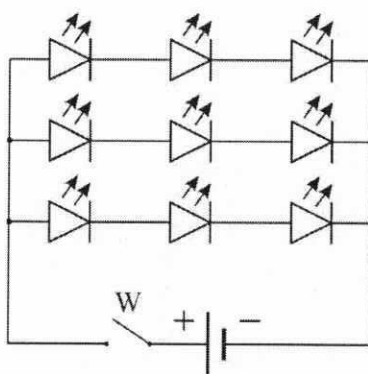
Po umieszczeniu siatki dyfrakcyjnej z zadania 4.4 w wodzie i skierowaniu wiązki światła z tego samego lasera prostopadle na siatkę, odległości kątowe pomiędzy prążkami interferencyjnymi będą

☒ A.	mniejsze,	ponieważ	1.	długość fali użytego światła w wodzie jest taka sama, jak w powietrzu.
B.	takie same,		☒ 2.	długość fali użytego światła w wodzie jest mniejsza niż w powietrzu.
C.	większe,		3.	długość fali użytego światła w wodzie jest większa niż w powietrzu.

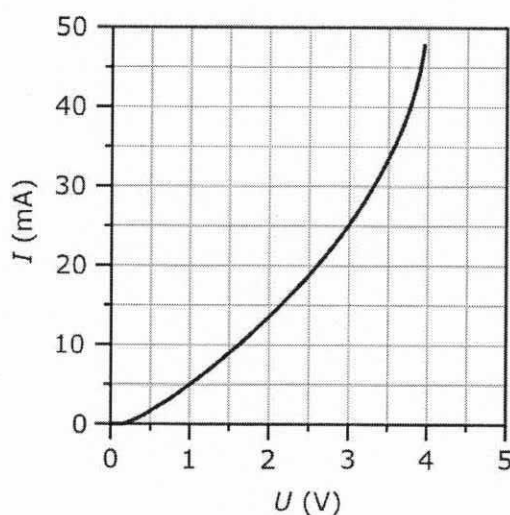
Zadanie 5.

W obecnie produkowanych latarkach, zamiast zwykłej żarówki, źródłem światła są diody elektroluminescencyjne (LED – od ang. *light-emitting diode*) – symbol , dzięki czemu na małej powierzchni można zamontować kilka lub nawet kilkanaście takich elementów.

Latarka zawiera jednakowe LED połączone jak na poniższym schemacie. Załóż, że napięcie na zaciskach baterii zasilającej latarkę jest stałe i wynosi 3 V, a opór wewnętrzny baterii jest pomijalnie mały.



Zależność natężenia prądu płynącego przez pojedynczą diodę od przyłożonego do niej napięcia przedstawia poniższy wykres.



Zadanie 5.1. (0–1)

Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1.–3.

Opór półprzewodników

A.	rośnie wraz ze wzrostem temperatury,	ponieważ	1.	koncentracja swobodnych nośników ładunku w półprzewodniku rośnie.
B.	nie zależy od temperatury,		2.	koncentracja swobodnych nośników ładunku w półprzewodniku maleje.
C.	maleje wraz ze wzrostem temperatury,		3.	w półprzewodniku nie istnieją swobodne nośniki ładunku.

Zadanie 5.2. (0-4)

Skorzystaj z wykresu zamieszczonego na poprzedniej stronie i oblicz natężenie prądu płynącego z baterii po zamknięciu obwodu włącznikiem W oraz moc elektryczną latarki.

$$\text{z II prawa Kirchhoffa} \Rightarrow U_{\text{dioda}} = 1V$$

$$\text{z wykresu} \Rightarrow I_{\text{dioda}} = 5mA$$

$$\text{z I prawa Kirchhoffa} \Rightarrow I_{\text{LATARKA}} = 15mA$$

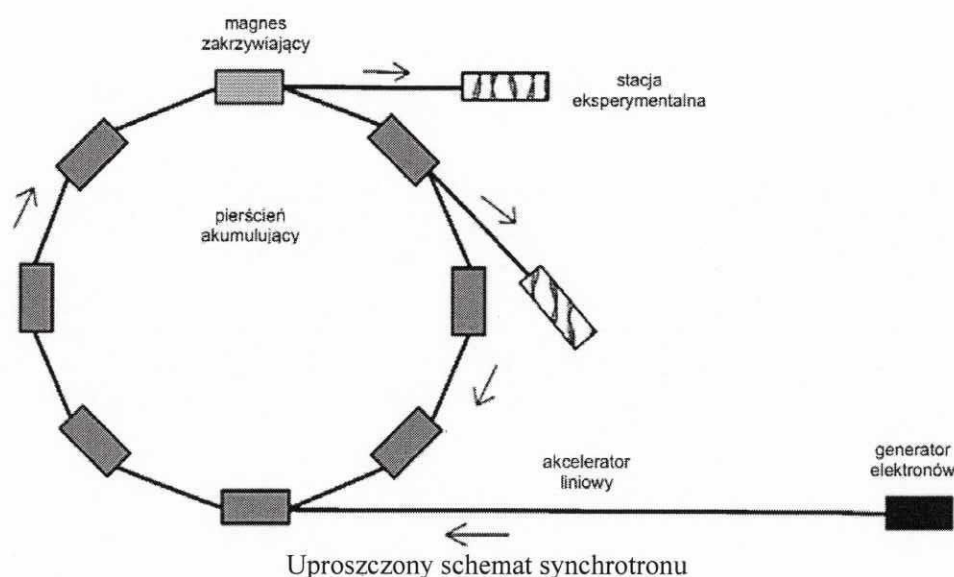
$$P = U \cdot I$$

$$P = 3V \cdot 15mA = 45mW$$

Zadanie 6.

„W obecnie budowanych synchrotronach elektrony krążą po torach o średnicy od kilkudziesięciu do kilkuset metrów. Na świecie jest kilkadziesiąt tego typu urządzeń i znajdują się one w krajach o wysokim stopniu rozwoju technologicznego, jak Japonia, USA oraz większość krajów Europy Zachodniej. Rok temu uruchomiono w Polsce pierwszy synchrotron w ramach Narodowego Centrum Promieniowania Synchrotronowego Solaris. Polski synchrotron został wybudowany w Krakowie na terenach Uniwersytetu Jagiellońskiego i obecnie znajdują się tam dwie stacje badawcze. Podstawowe parametry polskiego synchrotronu (szerzej opisane na stronie www.synchrotron.uj.edu.pl) można przedstawić w kilku punktach:

- Obwód pierścienia synchrotronu wynosi 96 m.
- Prędkość elektronów jest bliska prędkości światła (około 300 000 km/s).
- [...]
- Liczba krążących elektronów w pierścieniu wynosi około 10^{12} .
- Próżnia jest na poziomie 10^{-11} mbar ($1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$).
- Akcelerator liniowy ma długość 40 m i waży około 3 tony.
- Jeden magnes z komorą próżniową waży około 8 ton, a cały synchrotron ponad 100 ton.”



[Aleksandra Drzewiecka-Antonik, „Promieniowanie synchrotronowe – jego właściwości, wytwarzanie i zastosowanie w nauce”, Neutrino 34, Jesień 2016]

Zadanie 6.1. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pole magnetyczne wytworzone przez magnesy zakrzywiające w pierścieniu synchrotronu na powyższym schemacie jest zwrócone do płaszczyzny rysunku.	☒ P	☐ F
2.	Czas jednego okrążenia w synchrotronie przez wiązkę elektronów wynosi około 32 ns.	☐ P	☒ F

Zadanie 6.2. (0-2)

Oszacuj liczbę cząsteczek powietrza znajdujących się w objętości 1 cm^3 wewnątrz pierścienia synchrotronu. Przyjmij, że temperatura wynosi 27°C .

$$pV = nRT \quad pV = \frac{N}{N_A} RT$$
$$N = \frac{N_A \cdot pV}{RT}$$
$$N = \frac{6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 10^{-11} \cdot 100 \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}}$$
$$N \approx 2,4 \cdot 10^5$$

Zadanie 6.3. (0-3)

Ruch elektronów w pierścieniu synchrotronu stanowi prąd elektryczny. Korzystając z danych zawartych w przytoczonym cytacie oblicz natężenie tego prądu.

$$I = \frac{q}{t}$$
$$q = 10^{12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$
$$t = \frac{s}{v} = \frac{96 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 320 \text{ ns}$$
$$I = \frac{1,6 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{320 \cdot 10^{-9} \text{ s}} = 0,5 \text{ A}$$

Zadanie 6.4. (0-5)

Podczas przyspieszania w elektrostatycznym liniowym akceleratorze, w którym panuje jednorodne pole elektryczne, elektrony na drodze 0,5 m uzyskiwały prędkość końcową o wartości $3 \cdot 10^7$ m/s. W obliczeniach potraktuj przyspieszane elektrony nierelatywistycznie, pomini ich początkową energię kinetyczną.

Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego przyspieszającego elektrony oraz czas ich przyspieszania.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{k0} = 0$$

$$W = \Delta E_k$$

$$W = eU = eEd \quad E - \text{wartość natężenia pola elektrycznego}$$

$$E = \frac{mv^2}{2ed} = 5120 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} v \cdot t$$

$$t = \frac{2s}{v} = 33 \text{ ns}$$